

Third Semester
Part Time Diploma Course in Civil
Mechanical and Electrical Engineering New Course
APPLIED MATHEMATICS - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 100

- Note :** i) Attempt total six questions. Question No. 1 (Objective type) is compulsory. From the remaining questions attempt any five.
कुल छः प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 (वस्तुनिष्ठ प्रकार का) अनिवार्य है। शेष प्रश्नों में से किन्हीं पाँच को हल कीजिए।
- ii) In case of any doubt or dispute, the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. Choose the correct answer :

2 each

सही उत्तर का चयन कीजिए।

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$ is equal to

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$ का मान होगा

(a) 0

(b) 1

(c) 5

(d) $\frac{1}{5}$

ii) $\int a^x dx$ is equal to

$\int a^x dx$ का मान होगा

(a) 0

(b) a^x

(c) $a^x \log_e a$

(d) $\frac{a^x}{\log_e a}$

iii) $\frac{d}{dx}(x^2 \sin \alpha)$ is equal to

$\frac{d}{dx}(x^2 \sin \alpha)$ का मान होगा

- (a) $2x \sin \alpha$ (b) $2x \cos \alpha$
 (c) x^2 (d) 0

iv) $\vec{i} \cdot \vec{i} + \vec{j} \cdot \vec{j} + \vec{k} \cdot \vec{k}$ is equal to

$\vec{i} \cdot \vec{i} + \vec{j} \cdot \vec{j} + \vec{k} \cdot \vec{k}$ का मान होगा

- (a) 3 (b) 2
 (c) 1 (d) 0

v) The polar form of the Cartesian co-ordinate $(\sqrt{3}, 1)$ is

कार्तीय निर्देशांक $(\sqrt{3}, 1)$ का ध्रुवीय रूप है

- (a) $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ (b) $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$
 (c) $\left(3, \frac{\pi}{3}\right)$ (d) $\left(3, \frac{\pi}{6}\right)$

2. a) Show that the points (a, b) , (c, d) and $(a - c, b - d)$ are collinear, if $ad = bc$. 9

दर्शाएँ कि बिन्दु (a, b) , (c, d) एवं $(a - c, b - d)$ समरेख हैं, यदि $ad = bc$ हो।

b) Find the point of trisection nearer to P of the line segment joining the points $P(-4, 3)$ and $Q(5, -2)$. 9

बिन्दु $P(-4, 3)$ और $Q(5, -2)$ को मिलानेवाली रेखा को समत्रिभाजित करनेवाला P के पास वाला बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

3. a) Prove that the straight lines $x = 7$ and $y = 8$ are tangent to the circle $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$. 9

सिद्ध कीजिए कि सरल रेखाएँ $x = 7$ और $y = 8$ वृत्त $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ की स्पर्श रेखाएँ हैं।

- b) Find the equation of parabola whose focus is $(-2, 3)$ and directrix $x - 7 = 0$. 9

उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(-2, 3)$ और नियता $x - 7 = 0$

4. a) Find the equation of the ellipse whose focus is $(-1, 1)$, directrix is $x - y + 3 = 0$ and eccentricity $(e) = \frac{1}{2}$. 9

उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(-1, 1)$, नियता $x - y + 3 = 0$ और उत्केन्द्रता $(e) = \frac{1}{2}$ है।

- b) Find vertex, focus, axis, latus rectum and directrix of the hyperbola $3x^2 - y^2 = 4$. 9

अतिपरवलय $3x^2 - y^2 = 4$ का शीर्ष, नाभि, अक्ष, नाभिलम्ब और नियता ज्ञात कीजिए।

5. Find $\frac{dy}{dx}$ for the following. 6 each

निम्नलिखित के लिए $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

a) $y = \frac{e^x + \sin x}{1 + \log_e x}$

b) $\sin y = x \sin(\alpha + y)$

c) $x = a \left(\cos t + \log \frac{t}{2} \right), y = b \sin t$

6. Integrate the following. 6 each

निम्नलिखित के लिए समाकलन कीजिए।

a) $\int \frac{1}{1 + \cos x} dx$

b) $\int \frac{\sin x}{\sin(x - \alpha)} dx$

c) $\int \log(1 + x^2) dx$

7. a) If $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ and $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$ then prove that $\vec{a} - \vec{d}$ and $\vec{b} - \vec{c}$ are parallel. 9

यदि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ और $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$ है तो सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} - \vec{d}$ और $\vec{b} - \vec{c}$ समान्तर है।

b) Prove by vector method 9
सदिश विधि द्वारा सिद्ध कीजिए

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

8. a) In an electric circuit voltage and current are given by the vectors $\vec{V} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ and $\vec{I} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ respectively. Find the power and power factor. 6

यदि किसी विद्युत परिपथ में वोल्टेज व धारा क्रमशः $\vec{V} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ एवं $\vec{I} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$ हो तो पॉवर व पॉवर फैक्टर ज्ञात कीजिए।

b) ABCDE is a pentagon. Forces $\vec{AB}, \vec{AE}, \vec{BC}, \vec{DC}, \vec{ED}$ and \vec{AC} act at a point. Show that their resultant is $3\vec{AC}$. 6

ABCDE एक पंचभुज है। बल $\vec{AB}, \vec{AE}, \vec{BC}, \vec{DC}, \vec{ED}$ और \vec{AC} एक बिन्दु पर कार्यरत है। सिद्ध कीजिए कि उनका परिणामी $3\vec{AC}$ है।

c) Differentiate $\tan x$ by first principle. 6
 $\tan x$ का प्रथम सिद्धांत द्वारा अवकलन ज्ञात कीजिए।