

**Third Semester**  
**Part Time Diploma Course in Civil**  
**Mechanical and Electrical Engineering New Course**  
**APPLIED MATHEMATICS - II**

*Time : Three Hours*

*Maximum Marks : 100*

- Note :** i) Attempt total six questions. Question No. 1 (Objective type) is compulsory. From the remaining questions attempt any five.  
 कुल छः प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 (वस्तुनिष्ठ प्रकार का) अनिवार्य है। शेष प्रश्नों में से किन्हीं पाँच को हल कीजिए।
- ii) In case of any doubt or dispute, the English version question should be treated as final.  
 किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. Choose the correct answer.

2 each

सही उत्तर का चयन कीजिए।

i)  $\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{x^2 - a^2}{x - a} \right)$  is equal to

$\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{x^2 - a^2}{x - a} \right)$  का मान होगा

- (a) 0 (b)  $a$   
 (c)  $2a$  (d) 1

ii)  $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$  is equal to

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$  का मान होगा

- (a)  $\tan x$  (b)  $\cot x$   
 (c)  $\sec x$  (d)  $\operatorname{cosec} x$

- iii) If the vectors  $3i + 6j - 5k$  and  $xi - 2j + 3k$  are perpendicular then the value of  $x$  is  
यदि सदिश  $3i + 6j - 5k$  और  $xi - 2j + 3k$  परस्पर लम्बवत् है तो  $x$  का मान होगा :
- (a) 0 (b) 7  
(c) 8 (d) 9
- iv) The gradient of the line joining the points  $(2, -4)$  and  $(0, -6)$  is  
बिन्दु  $(2, -4)$  और  $(0, -6)$  को मिलाने वाली रेखा की प्रवणता है।
- (a) 5 (b) 1  
(c) -1 (d) -5
- v) Distance between the points  $(a, 0)$  and  $(0, a)$  is  
बिन्दुओं  $(a, 0)$  और  $(0, a)$  के बीच की दूरी है।
- (a)  $a^2$  (b)  $2a^2$   
(c)  $2a$  (d)  $a\sqrt{2}$
2. a) Prove that the points  $(2, -2)$ ,  $(8, 4)$ ,  $(5, 7)$  and  $(-1, 1)$  are the vertices of rectangle. 6  
सिद्ध कीजिए कि बिन्दु  $(2, -2)$ ,  $(8, 4)$ ,  $(5, 7)$  और  $(-1, 1)$  एक आयत के शीर्ष हैं।
- b) If the points  $(x, y)$ ,  $(2, 3)$  and  $(-3, 4)$  are collinear then prove that  $x + 5y = 17$ . 6  
यदि बिन्दु  $(x, y)$ ,  $(2, 3)$  और  $(-3, 4)$  समरेखिक हैं तो सिद्ध कीजिए  $x + 5y = 17$
- c) Find the equation of line passes  $(-5, 1)$  and parallel to the line  $3x + 4y + 7 = 0$ . 6  
उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु  $(-5, 1)$  से जाती है तथा रेखा  $3x + 4y + 7 = 0$  के समान्तर है।
3. a) Find centre and radius of the circle  $4x^2 + 4y^2 - 12x + 20y + 10 = 0$  9  
वृत्त  $4x^2 + 4y^2 - 12x + 20y + 10 = 0$  का केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

- b) Find the vertex, focus, axis and directrix of the parabola  
 $(y - 3)^2 = 4(x + 1)$ . 9

पस्वलय  $(y - 3)^2 = 4(x + 1)$  का शीर्ष, नाभि, अक्ष और नियता ज्ञात कीजिए।

4. a) Find the equation of ellipse whose focus  $(-2, 3)$ , and directrix  
 $x - y + 3 = 0$ ,  $e = \frac{1}{3}$ . 12

उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि  $(-2, 3)$ , नियता  
 $x - y + 3 = 0$  और  $e = \frac{1}{3}$  है।

- b) Prove that the eccentricity of rectangular hyperbola is  $\sqrt{2}$ . 6  
 सिद्ध कीजिए कि आयतीय अतिपरवलय की उत्केन्द्रता  $\sqrt{2}$  होती है।

5. Find  $\frac{dy}{dx}$  for any three of the following. 6 each

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के लिए  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिए।

a)  $y = \frac{e^x + \sin x}{1 + \log x}$

b)  $x^y = e^{x-y}$

c)  $x^3 + y^3 = 3xy$

d)  $x = a \sin^2 \theta$ ,  $y = b \cos^2 \theta$

6. Integrate any three. 6 each

किन्हीं तीन को समाकलन कीजिए।

a)  $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$

b)  $\int \cot x dx$

c)  $\int x \cdot e^x dx$

d)  $\int \tan^{-1} x dx$

7. a) ABCDE is a pentagon. Forces  $\vec{AB}, \vec{AE}, \vec{BC}, \vec{DC}, \vec{ED}$  and  $\vec{AC}$  act at a point. Show that their resultant is  $3\vec{AC}$ . 6

ABCDE एक पंचभुज है। बल  $\vec{AB}, \vec{AE}, \vec{BC}, \vec{DC}, \vec{ED}$  और  $\vec{AC}$  एक बिन्दु पर कार्यरत है। सिद्ध कीजिए कि उनका परिणामी  $3\vec{AC}$  है।

- b) Find unit vector of the vector  $3i + 5j + 8k$  and find its direction cosine also. 6

सदिश  $3i + 5j + 8k$  का मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए एवं दिक् कोज्या भी ज्ञात कीजिए।

- c) If  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  then show that  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  are perpendicular. 6

यदि  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$  है तो सिद्ध कीजिए कि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  लम्बवत् है।

8. a) Find a unit vector perpendicular to the vectors  $i + 3j + 2k$  and  $2i - 4j + k$ . Find also angle between them. 9

सदिशो  $i + 3j + 2k$  और  $2i - 4j + k$  पर लम्ब मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए और उनके बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

- b) If a particle is displaced from  $(2, 1, 3)$  to the point  $(5, -2, 6)$  under the action of constant forces  $i + j + k, -3i + 2j - k$  and  $j - 2k$ . Find total work done. 9

स्थिर बल  $i + j + k, -3i + 2j - k$  और  $j - 2k$  किसी कण को बिन्दु  $(2, 1, 3)$  से बिन्दु  $(5, -2, 6)$  पर विस्थापित करते हैं। बलों द्वारा किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।

