

Third Semester
Part Time Diploma Course in Civil
Mechanical and Electrical Engineering New Course
APPLIED MATHEMATICS - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 100

- Note :** i) Attempt total six questions. Question No. 1 (Objective type) is compulsory. From the remaining questions attempt any five.
कुल छः प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 (वस्तुनिष्ठ प्रकार का) अनिवार्य है। शेष प्रश्नों में से किन्हीं पाँच को हल कीजिए।
- ii) In case of any doubt or dispute, the English version question should be treated as final.
किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. Choose the correct answer :

2 each

सही उत्तर का चयन कीजिए।

i) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} \right)$ is equal to:

$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} \right)$ का मान है :

- (a) 0 (b) 3
(c) 6 (d) 1

ii) $\int a^x dx$ is equal to

$\int a^x dx$ का मान है :

- (a) $\frac{a^x}{\log_e a}$ (b) $a^x \log_e a$
(c) 0 (d) 1

[2]

- iii) The angle between $2i + j - 3k$ and $3i - 2j - k$ is:
सदिश $2i + j - 3k$ और $3i - 2j - k$ के बीच के कोण का मान है :
(a) 30° (b) 45°
(c) 60° (d) 90°
- iv) The slope of the line joining the points $(2, 3)$ and $(5, -7)$ is
बिन्दु $(2, 3)$ और $(5, -7)$ को मिलाने वाली रेखा की प्रवणता है :
(a) $\frac{10}{3}$ (b) $\frac{-10}{3}$
(c) $\frac{3}{10}$ (d) $\frac{-3}{10}$
- v) The vertex of the parabola $x^2 = 4y$ is
परवलय $x^2 = 4y$ के शीर्ष के निर्देशांक है :
(a) $(1, 1)$ (b) $(1, 0)$
(c) $(0, 1)$ (d) $(0, 0)$

2. a) Prove that the points $(2, -2)$, $(8, 4)$, $(5, 7)$ and $(-1, 1)$ are the vertices of rectangle. 6
सिद्ध कीजिए कि बिन्दु $(2, -2)$, $(8, 4)$, $(5, 7)$ और $(-1, 1)$ एक आयत की शीर्ष है।
- b) Find k for which the points $(1, 1)$, $(2, 3)$ and $(4, k)$ are collinear. 6
 k का मान ज्ञात कीजिए यदि बिन्दु $(1, 1)$, $(2, 3)$ और $(4, k)$ समरेख है।
- c) Find the equation of line passing through $(-1, 4)$ and perpendicular to the line $3x - 2y = 7$. 6
उस रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो $(-1, 4)$ और लम्ब की रेखा $3x - 2y = 7$ है।

3. a) Find the centre and radius of the circle $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 17 = 0$ 9
वृत्त $x^2 + y^2 - 8x - 10y + 17 = 0$ का केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

- b) Find the equation of ellipse whose focus $(-1, 1)$ directrix $x - y + 3 = 0$ and eccentricity is $\frac{1}{2}$. 9

उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(-1, 1)$ नियता $x - y + 3 = 0$ और उत्क्रेन्द्रता $\frac{1}{2}$ है।

4. a) Find vertex, focus, latus rectum, directrix and axis of the parabola $(y + 3)^2 = 2(x + 2)$ 12
परवलय $(y + 3)^2 = 2(x + 2)$ का शीर्ष, नाभि, नाभिलम्ब, नियता और अक्ष ज्ञात कीजिए।

- b) Prove that the eccentricity of rectangular hyperbola is $\sqrt{2}$. 6
सिद्ध कीजिए की आयतीय अतिपरवलय की उत्क्रेन्द्रता $\sqrt{2}$ होती है।

5. a) Differentiate $\tan x$ by the first principle. 6
 $\tan x$ का प्रथम सिद्धांत द्वारा अवकलन ज्ञात कीजिए।

- b) Differentiate $\left(\frac{e^x + \sin x}{1 + \log x}\right)$ w.r.to x 6

$\left(\frac{e^x + \sin x}{1 + \log x}\right)$ का x के सापेक्ष अवकलन गुणांक ज्ञात कीजिए।

- c) If $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \dots \infty}}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{2y - 1}$ 6

यदि $y = \sqrt{\sin x + \sqrt{\sin x + \dots \infty}}$ है तो सिद्ध कीजिए $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{2y - 1}$

6. Integrate (any three) 6 each
समाकलन कीजिए (कोई तीन)

a) $\int \frac{1}{1 + \cos 2x} dx$

- b) $\int \frac{\cot x}{\log \sin x} dx$
- c) $\int x^2 e^x dx$
- d) $\int \tan^{-1} x dx$
7. a) ABCDE is a pentagon. Forces $\overline{AB}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{DC}, \overline{ED}$ and \overline{AC} act at a point. Show that their resultant is $3\overline{AC}$. 6
 ABCDE एक पंचभुज है बल $\overline{AB}, \overline{AE}, \overline{BC}, \overline{DC}, \overline{ED}$ और \overline{AC} एक बिन्दु पर कार्यरत है। सिद्ध कीजिए कि उनका परिणामी $3\overline{AC}$ है।
- b) Find power and power factor in an electric circuit with voltage $2i + 2j - k$ and current $6i - 3j + 2k$. 6
 एक विद्युत परिपथ में वोल्टेज $2i + 2j - k$ और धारा $6i - 3j + 2k$ है तो उसका शक्ति और शक्ति गुणांक ज्ञात कीजिए।
- c) Find the area of parallelogram whose adjacent sides are $3i + j - 2k$ and $i - 3j + 4k$. 6
 समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी आसन्न भुजाएँ $3i + j - 2k$ और $i - 3j + 4k$ है।
8. a) In a ΔABC show that (by vector) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ 9
 किसी ΔABC के लिए सिद्ध कीजिए (सदिश विधि द्वारा)
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
- b) If the position vector of the points P and Q are $2i + 3j - k$ and $4i - 3j + 2k$ Find \overline{PQ} its magnitude and direction also find angle between these vectors. 9
 यदि बिन्दु P और Q के स्थिति सदिश क्रमशः $2i + 3j - k$ और $4i - 3j + 2k$ है तो \overline{PQ} का मान उसका परिमाण और दिक् कोज्या ज्ञात कीजिए साथ ही उनके बीच का कोण भी ज्ञात कीजिए।

