

THIRD SEMESTER
PART TIME DIPLOMA COURSE IN CIVIL
MECHANICAL AND ELECTRICAL
ENGINEERING NEW COURSE
APPLIED MATHEMATICS - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 100

Note : (i) Attempt total *six* questions. Question No. 1 (Objective type) is compulsory. From the remaining questions attempt any *five*.

कुल छः प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 (वस्तुनिष्ठ प्रकार का) अनिवार्य है। शेष प्रश्नों में से किन्हीं पाँच को हल कीजिए।

(ii) In case of any doubt or dispute, the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

(2)

1. Choose the correct answer :

2 each

सही उत्तर का चयन कीजिए।

i) The value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ is

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$ का मान होगा:

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) $\frac{1}{3}$

ii) $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ is equal to

$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ का मान होगा:

(a) $-\cot x$

(b) $\cot x$

(c) $\operatorname{cosec} x$

(d) $\cos x$

iii) Angle between vectors $2i + j - 3k$ and $3i - 2j - k$ is

सदिश $2i + j - 3k$ और $3i - 2j - k$ के बीच की कोण है:

(a) 0°

(b) 30°

(c) 60°

(d) 90°

(3)

- iv) Equation of line joining the points (0, 0) and (1, 5) is

बिन्दु (0, 0) और (1, 5) को मिलाने वाली रेखा है।

- (a) $x = 5y$ (b) $y = 5x$
(c) $y = x$ (d) $y = 5x + 1$

- v) Distance between the points (a, 0) and (0, a) is

- (a) a (b) $2a^2$
(c) a^2 (d) $a\sqrt{2}$

बिन्दुओं (a, 0) और (0, a) के बीच की दूरी है।

- (अ) a (ब) $2a^2$
(स) a^2 (द) $a\sqrt{2}$

2. a) Find the point of trisection nearer to P of the line segment joining the points P (4, 6) and Q (5, 8). 6

बिन्दु P (4, 6) और Q (5, 8) को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दु P के पास वाले बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

(4)

b) If the points $(a, 0)$ $(0, b)$ and $(1, 1)$ are collinear

then prove that $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ 6

यदि बिन्दु $(a, 0)$ $(0, b)$ एवं $(1, 1)$ समरेखीय है तो सिद्ध

कीजिए $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

c) Find the equation of line passes $(2, 3)$ and perpendicular to the line $y - 3x - 2 = 0$. 6

उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु $(2, 3)$ से जाती है तथा रेखा $y - 3x - 2 = 0$ के लम्बवत् है।

3. a) Find the centre and radius of the circle 9

$$3x^2 + 3y^2 = 9x + 8y$$

वृत्त $3x^2 + 3y^2 = 9x + 8y$ का केन्द्र और त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

b) Find the vertex focus, axis and directrix of the parabola $(y + 3)^2 = 2(x + 2)$ 9

परवलय $(y + 3)^2 = 2(x + 2)$ का शीर्ष, नाभि अक्ष और नियता ज्ञात कीजिए।

4. a) Find the equation of ellipse whose focus $(-1, 1)$ and directrix $x - y + 3 = 0$, $e = \frac{1}{2}$. 9

उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए। जिसकी नाभि $(-1, 1)$, नियता $x - y + 3 = 0$ और $e = \frac{1}{2}$ है।

- b) Prove that the straight line $2x - y + 2\sqrt{5} = 0$ touches the circle $x^2 + y^2 = 4$. 9

सिद्ध कीजिए किन सरल रेखा $2x - y + 2\sqrt{5} = 0$ वृत्त $x^2 + y^2 = 4$ को स्पर्श करते हैं।

5. Find $\frac{dy}{dx}$ for any three of the following. 6 each

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के लिए $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

i) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

ii) $y = e^{x+e^{x+e^{x+\dots\infty}}}$

(6)

iii) $x^n + y^n = b^n$

iv) $y = (1 + 2x)(1 + 4x^2)$

6. Integrate any three :

6 each

किन्हीं तीन को समाकलन ज्ञात कीजिए।

i) $\int \frac{1}{1 + \sin x} dx$

ii) $\int \tan x dx$

iii) $\int \log x dx$

iv) $\int \sin^{-1} x dx$

7. a) Find power and power factor in an electric circuit with voltage $\vec{V} = 2i + 2j - k$ and current $I = 6i - 3j + 2k$. 6

एक विद्युत परिपथ में वोल्टेज $\vec{V} = 2i + 2j - k$ और धारा $I = 6i - 3j + 2k$ हो तो शक्ति और शक्ति गुणांक ज्ञात कीजिए।

(7)

- b) Find the area of parallelogram whose adjacent sides are $3i + j - 2k$ and $i - 3j + 4k$. 6

उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी आसन्न भुजाएँ $3i + j - 2k$ और $i - 3j + 4k$ हैं।

- c) In a ΔABC if D is mid-point of BC then show that $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AD}$. 6

ΔABC में D भुजा BC का मध्यबिन्दु है तो सिद्ध कीजिए $\overline{AB} + \overline{AC} = 2\overline{AD}$.

8. a) Find unit vector perpendicular to the vectors $2i - j + k$ and $3i + 4j - k$. 6

सदिश $2i - j + k$ और $3i + 4j - k$ पर लम्ब एककांक सदिश ज्ञात कीजिए।

- b) If $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ then show that the vectors \vec{a} and \vec{b} are perpendicular. 6

यदि $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ है तो सिद्ध कीजिए कि सदिश \vec{a} और \vec{b} लम्बवत हैं।

(8)

c) Differentiate $\tan x$ by the first principle. 6

$\tan x$ का प्रथम सिद्धांत द्वारा अवकलन ज्ञात कीजिए।

