

THIRD SEMESTER
PART TIME DIPLOMA COURSE IN CIVIL
MECHANICAL AND ELECTRICAL
ENGINEERING NEW COURSE
APPLIED MATHEMATICS - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 100

Note : (i) Attempt total *six* questions. Question No. 1 (Objective type) is compulsory. From the remaining questions attempt any *five*.

कुल छः प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 (वस्तुनिष्ठ प्रकार का) अनिवार्य है। शेष प्रश्नों में से किन्हीं पाँच को हल कीजिए।

(ii) In case of any doubt or dispute, the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

(2)

1. Choose the correct answer :

2 each

सही उत्तर का चयन कीजिए।

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2^3}{x - 2}$ is equal to

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2^3}{x - 2}$ का मान होगा:

(a) 4

(b) 8

(c) 12

(d) 16

ii) $\int x^{-1} dx$ is equal to

$\int x^{-1} dx$ का मान होगा:

(a) x^{-2}

(b) $\log x$

(c) $\frac{1}{x}$

(d) 0

iii) $\frac{d}{dx}(\log \sin x)$ is equal to

$\frac{d}{dx}(\log \sin x)$ का मान होगा

(a) $\tan x$

(b) $\cot x$

(c) $\sec x$

(d) $\operatorname{cosec} x$

(3)

- iv) If the vectors $i+4j+3k$ and $xi+2j-4k$ are perpendicular, then the value of x is :

यदि सदिश $i+4j+3k$ और $xi+2j-4k$ परस्पर लम्बवत् है तो x का मान होगा:

- (a) 0 (b) 2
(c) 4 (d) 6

- v) Directrix of parabola $y^2 = 4ax$ is

परवलय $y^2 = 4ax$ की नियता है:

- (a) $x = a$ (b) $x + a = 0$
(c) $x = 0$ (d) $y = 0$

2. a) Find the ratio if the line segment joining the points $(5, 8)$ and $(7, -3)$ divide by x -axis. 6

वह अनुपात ज्ञात कीजिए जब बिन्दुओं $(5, 8)$ और $(7, -3)$ को मिलाने वाला रेखाखण्ड x -अक्ष को विभाजित करता है।

- b) Find K for which the points $(1, 4)$, $(K, -2)$ and $(-3, 16)$ are collinear. 6

यदि बिन्दु $(1, 4)$, $(K, -2)$ और $(-3, 16)$ समरेख है तो K का मान ज्ञात कीजिए।

(4)

- c) Find the equation of line passes (1, 2) and parallel to line $y - 3x - 2 = 0$. 9

उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, 2) से जाती है तथा रेखा $y - 3x - 2 = 0$ के समान्तर है।

3. a) Find the equation of circle which passes through the points (2, 1) (1, 2) and (8, 9). 9

उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (2, 1) (1, 2) और (8, 9) से होकर जाता है।

- b) Find the equation of parabola whose focus is (-2, 3) and directrix $x + 5 = 0$. 9

उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि (-2, 3) और नियता $x + 5 = 0$ है।

4. a) Find eccentricity, foci, latus rectum, vertices and directrix of the ellipse $9x^2 + 16y^2 = 144$ 9

दीर्घवृत्त $9x^2 + 16y^2 = 144$ की उत्क्रेन्द्रता, नाभियाँ नाभिलम्ब, शीर्ष और नियताएं ज्ञात कीजिए।

- b) Prove that the eccentricity of rectangular hyperbola is $\sqrt{2}$. 9

सिद्ध कीजिए कि आयतीय अतिपरवलय की उत्क्रेन्द्रता $\sqrt{2}$ होती है।

(5)

5. Find $\frac{dy}{dx}$ for any three of the following.

6 each

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के लिए $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

i) $y = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$

ii) $y = x^{x^{x^{\dots\infty}}}$

iii) $x^n + y^n = a^n$

iv) $x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$

6. Integrate any three :

6 each

किन्हीं तीन को समाकलित कीजिए।

i) $\int \sqrt{1 + \sin 2x} dx$

ii) $\int \cot x dx$

iii) $\int x^3 \log x dx$

iv) $\int \tan^{-1} x dx$

(6)

7. a) Find a unit vector perpendicular to the vectors $3i + j + 2k$ and $2i - 2j + 4k$ also find the sine of angle between them. 9

सदिशो $3i + j + 2k$ और $2i - 2j + 4k$ पर लम्ब मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए साथ ही उनके बीच के कोण की ज्या भी ज्ञात कीजिए।

- b) In a ΔABC prove that (By vector method)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \quad 9$$

ΔABC में सिद्ध कीजिए (सदिश विधि द्वारा)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

8. a) If ABCDEF is a regular hexagon then show that

$$\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{AF} = 3\overline{AD} \quad 6$$

यदि ABCDEF एक सम षट्भुज है तो सिद्ध कीजिए।

$$\overline{AB} + \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{AF} = 3\overline{AD}$$

- b) Find the work done if force $3i + 2j + 4k$ acting on a particle and displaced from $(3, 4, 5)$ to point $(2, 5, 7)$. 6

(7)

एक बल $3i+2j+4k$ पिण्ड को बिन्दु $(3, 4, 5)$ से बिन्दु $(2, 5, 7)$ पर विस्थापित करता है तो कार्य की गणना कीजिए।

- c) Differentiate $\sin x$ by the First principle. 6
 $\sin x$ का प्रथम सिद्धांत द्वारा अवकलन ज्ञात कीजिए।

