

THIRD SEMESTER
PART TIME DIPLOMA COURSE IN CIVIL
MECHANICAL AND ELECTRICAL
ENGINEERING NEW COURSE
APPLIED MATHEMATICS - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 100

Note : (i) Attempt total *six* questions. Question No. 1 (Objective type) is compulsory. From the remaining questions attempt any *five*.

कुल छः प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 (वस्तुनिष्ठ प्रकार का) अनिवार्य है। शेष प्रश्नों में से किन्हीं पाँच को हल कीजिए।

(ii) In case of any doubt or dispute, the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. Choose the correct answer :

2 each

सही उत्तर का चयन कीजिए।

(2)

i) If $y = \sqrt{\sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ is :

यदि $y = \sqrt{\sin x}$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ बराबर है।

(a) $\sqrt{\cos x}$

(b) $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$

(c) $\sqrt{\frac{\cos x}{2\sin x}}$

(d) $\sqrt{\cos x} \cdot \sin x$

ii) The value of $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ is

$\int \frac{x}{1+x^2} dx$ का मान होगा।

(a) $\sqrt{1+x^2}$

(b) $\frac{1+x^2}{2}$

(c) $\log(1+x^2)$

(d) $\log\sqrt{1+x^2}$

(3)

iii) The equation of the directrix of the parabola $x^2 + 4y = 0$ is

परवलय $x^2 + 4y = 0$ की नियता का समीकरण होगा।

(a) $y + 4 = 0$

(b) $y - 4 = 0$

(c) $y + 1 = 0$

(d) $y - 1 = 0$

iv) Modulus of the vector $2\bar{i} + 3\bar{j} - 4\bar{k}$ is

सदिश $2\bar{i} + 3\bar{j} - 4\bar{k}$ का मापांक है।

(a) $\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}$

(b) $\sqrt{2 + 3 + 4}$

(c) $2 + 3 + 4$

(d) $2 \times 3 \times 4$

v) The equation $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ represents

(a) Two straight lines passing through origin

(b) A circle

(c) An ellipse

(d) A parabola

(4)

समीकरण $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ प्रदर्शित करता है।

(अ) मूल बिन्दुओं से जानेवाली दो रेखायें

(ब) एक वृत्त

(स) एक दीर्घवृत्त

(द) एक परवलय

2. Find $\frac{dy}{dx}$ (solve any three)

18

$\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए (किन्हीं तीन को हल कीजिए)।

i) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$

ii) $y = \sin^{-1} \sqrt{1-x^2}$

iii) $y = x^x + (\sin x)^{\sin x}$

iv) $x = a \left(\cos t + \log \frac{t}{2} \right), y = b \sin t$

(5)

3. Integrate (solve any three)

18

समाकलन कीजिए (किन्हीं तीन को हल कीजिए)

a) $\int \frac{1}{(e^x + e^{-x})^2} dx$

b) $\int x^3 \log x dx$

c) $\int e^{ax} \cos bx dx$

d) $\int \frac{x}{(2x+1)(x^2+1)} dx$

4. a) Prove that $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$
by vector method. 10

सदिश विधि द्वारा सिद्ध करो कि

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

b) If $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ and $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$, then prove that
 $\vec{a} - \vec{d}$ and $\vec{b} - \vec{c}$ are parallel. 8

यदि $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c} \times \vec{d}$ एवं $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b} \times \vec{d}$ तो सिद्ध करो कि
 $\vec{a} - \vec{d}$ और $\vec{b} - \vec{c}$ समान्तर हैं।

(6)

5. a) ABCD is a parallelogram. P is the trisection of the diagonal. O is any point. Show that $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OP}$. 9

ABCD समान्तर चतुर्भुज है तथा P विकर्ण का प्रतिच्छेद बिन्दु है, O कोई एक बिन्दु है। दिखाइये।

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 4\overrightarrow{OP}.$$

- b) A particle is displaced from the point (2, 1, 3) to the point (5, -2, 6) under the action of constant forces $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $-3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ and $\vec{j} - 2\vec{k}$. Find the total work done. 9

एक कण जिस पर अचल बल $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $-3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ एवं $\vec{j} - 2\vec{k}$ कार्य कर रहे हैं। बलों द्वारा कण बिन्दु (2, 1, 3) से बिन्दु (5, -2, 6) पर विस्थापित होता है। बलों द्वारा किया सम्पूर्ण कार्य ज्ञात कीजिए।

6. a) If the length of the line segment is 10 and the co-ordinates of one end are (2, -3). Find the ordinate of the second end point when the abscissa is 10. 6

(7)

यदि किसी रेखाखण्ड की लम्बाई 10 है। तथा इसके एक सिरे के निर्देशांक $(2, -3)$ हैं, तब दूसरे सिरे की कोटि ज्ञात करो जबकि भुज 10 है।

- b) Find the equation of straight line which makes equal intercepts on the axes and passes through $(1, 2)$. 6

उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात करो जो अक्षों से बराबर अन्तःखण्ड काटती है एवं बिन्दु $(1, 2)$ से होकर जाती है।

- c) Find the co-ordinates of the centroid of the triangle whose vertices are (x_1, y_1) , (x_2, y_2) and (x_3, y_3) . 6

त्रिभुज जिसके शीर्ष बिन्दु (x_1, y_1) , (x_2, y_2) और (x_3, y_3) हैं। केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

7. a) Prove that the straight line $x + y = 2$ touches the circle $x^2 + y^2 + 3x + 3y - 8 = 0$. Find the point of contact. 9

सिद्ध कीजिए कि सरल रेखा $x + y = 2$ वृत्त $x^2 + y^2 + 3x + 3y - 8 = 0$ को स्पर्श करती है। स्पर्श बिन्दु भी ज्ञात कीजिए।

(8)

- b) For the parabola $4y^2 + 12x - 12y + 39 = 0$. Find Vertex, Focus, Latus rectum, Axis, Directrix.

9

परवलय $4y^2 + 12x - 12y + 39 = 0$ के लिए शीर्ष, नाभि नाभिलम्ब, अदा और नियता का समीकरण ज्ञात कीजिए।

8. a) Find the equation of the ellipse whose focus is (3, 4) directrix $3x + 4y = 5$ and eccentricity is $2/3$.

9

उस दीर्घवृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि (3, 4) नियता $3x + 4y = 5$ और उत्केन्द्रता $2/3$ है।

- b) Differentiate $\tan x$ by first principle.

9

$\tan x$ का प्रथम सिद्धांत द्वारा अवकलन गुणांक ज्ञात कीजिए।

